



Algoritmos Genéticos

Estéfane G. M. de Lacerda

DCA/UFRN

Outubro/2008



Introdução

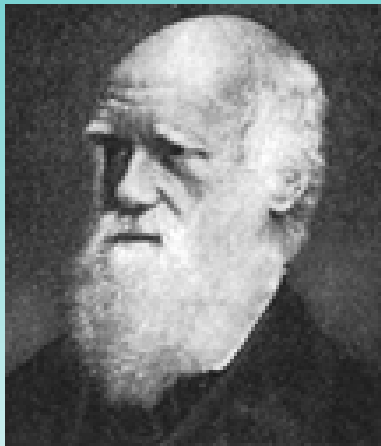
Algoritmos Genéticos



- São técnicas de busca e otimização.
- É a metáfora da teoria da evolução das espécies iniciada pelo Fisiologista e Naturalista inglês Charles Darwin.
- Desenvolvido por John Holland (1975) e seus alunos.
- Popularizado por David Goldberg (1989).

Teoria da Evolução

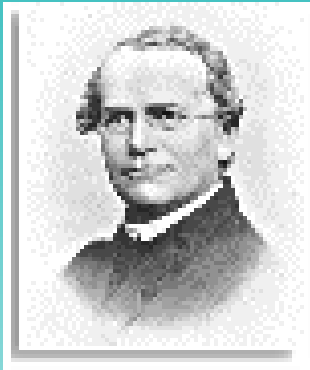
- 1859 - Charles Darwin publica o livro “*A Origem das Espécies*”:



Charles
Darwin

“As espécies evoluem pelo principio da seleção natural e sobrevivência do mais apto.”

Teoria da Evolução




Gregor
Mendel


- 1865- Gregor Mendel apresenta experimentos do cruzamento genético de ervilhas.
 - ◆ Pai da genética.
- A Teoria da Evolução começou a partir da conceituação integrada da seleção natural com a Genética.



Otimização

- 
- É a busca da melhor solução para um dado problema.
 - ◆ Consiste em tentar várias soluções e usar a informação obtida para conseguir soluções cada vez melhores.
 - Exemplo de otimização:
 - ◆ Telespectador através de ajuste na antena da televisão otimiza a imagem buscando várias soluções até alcançar uma boa imagem.

Otimização

- 
- As técnicas de otimização, geralmente, apresentam:
 - **Espaço de busca:** onde estão todas as possíveis soluções do problema;
 - ◆ **Função objetivo:** utilizada para avaliar as soluções produzidas, associando a cada uma delas uma nota.

Características dos Algoritmos Genéticos

- É um algoritmo estocástico (não é determinístico).
- Trabalha com uma população de soluções simultaneamente.
- Utiliza apenas informações de custo e recompensa. Não requer nenhuma outra informação auxiliar (como por exemplo o gradiente).


Características dos Algoritmos Genéticos (II)

- São fáceis de serem implementados em computadores.
- Adaptam-se bem a computadores paralelos.
- São facilmente hibridizados com outras técnicas.
- Funcionam com parâmetros contínuos ou discretos.

Algoritmos Genéticos (Conceitos Básicos)

- AG manipula uma população de indivíduos.
- Indivíduos são possíveis soluções do problema.
- Os indivíduos são combinados (crossover) uns com os outros, produzindo filhos que podem sofrer ou não mutação.
- As populações evoluem através de sucessivas gerações até encontrar a solução ótima.


Aplicações

- 
- Em problemas difíceis de otimização, quando não existe nenhuma outra técnica específica para resolver o problema.
 - ◆ Otimização de funções numéricas em geral
 - ◆ Otimização combinatória
 - Problema do caixeiro viajante
 - Problema de transporte, alocação
 - Problemas de conexão (árvore, emparelhamento, caminhos).
 - ◆ Otimização multiobjetivo



O Algoritmo Genético Binário

Algoritmo Genético Tradicional

- 
1. Gerar a população inicial.
 2. Avaliar cada indivíduo da população.
 3. Enquanto critério de parada não for satisfeito faça
 - 3.1 Selecionar os indivíduos mais aptos.
 - 3.2 Criar novos indivíduos aplicando os operadores crossover e mutação.
 - 3.3 Armazenar os novos indivíduos em uma nova população.
 - 3.4 Avaliar cada indivíduo da nova população.

Problema 1

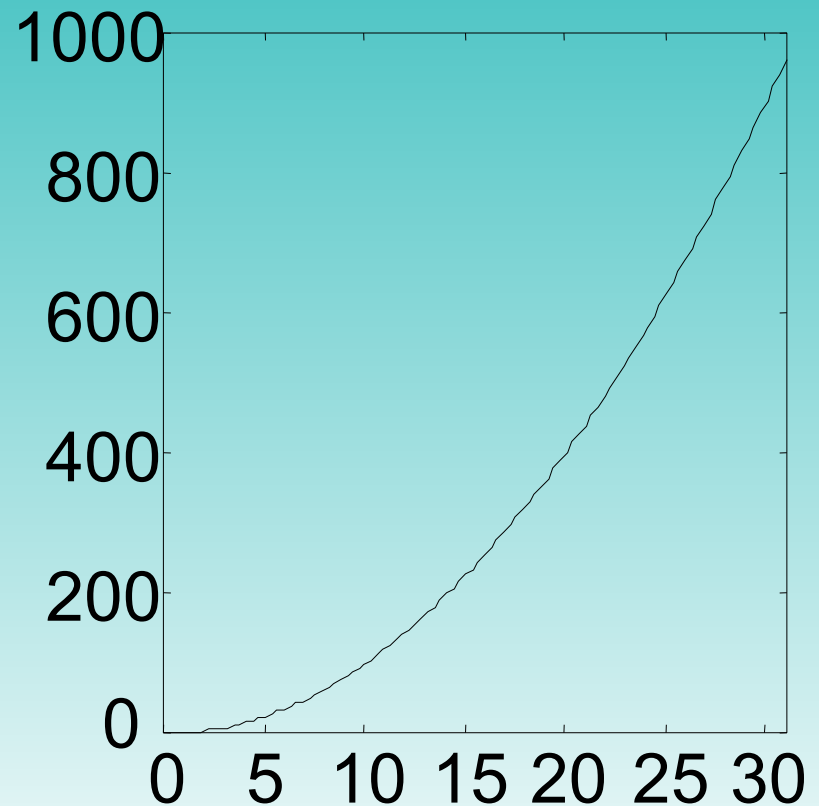
Problema: Use um AG para encontrar o ponto máximo da função:

$$f(x) = x^2$$

com $f(x)$ sujeita as seguintes restrições:

$$0 \leq x \leq 31$$

x é inteiro



Indivíduo



■ Cromossomo

- ◆ Estrutura de dados que representa uma possível solução para o problema.
- ◆ Os parâmetros do problema de otimização são representados por cadeias de valores.
- ◆ Exemplos:
 - Vetores de reais, (2.345, 4.3454, 5.1, 3.4)
 - Cadeias de bits, (111011011)
 - Vetores de inteiros, (1,4,2,5,2,8)
 - ou outra estrutura de dados.

Indivíduo (II)



■ Aptidão

- ◆ Nota associada ao indivíduo que avalia quão boa é a solução por ele representada.

■ Aptidão pode ser:

- ◆ Igual a função objetivo.
- ◆ Resultado do **escalonamento** da função objetivo.
- ◆ Baseado no **ranking** do indivíduo da população.

Cromossomo do Problema 1



- Cromossomos binários com 5 bits:
 - ◆ $0 = 00000$
 - ◆ $31 = 11111$
- Aptidão
 - ◆ Por simplicidade, a aptidão será a própria função objetivo.
 - ◆ Exemplo:

$$\text{aptidão}(00011) = f(3) = 9$$

Seleção



■ Seleção

- ◆ Imitação da seleção natural.
- ◆ Os melhores indivíduos (maior aptidão) são selecionados para gerar filhos através de crossover e mutação.
- ◆ Dirige o AG para as melhores regiões do espaço de busca.

■ Tipos mais comuns de seleção

- ◆ Seleção proporcional a aptidão.
- ◆ Seleção por torneio.

População Inicial do Problema 1

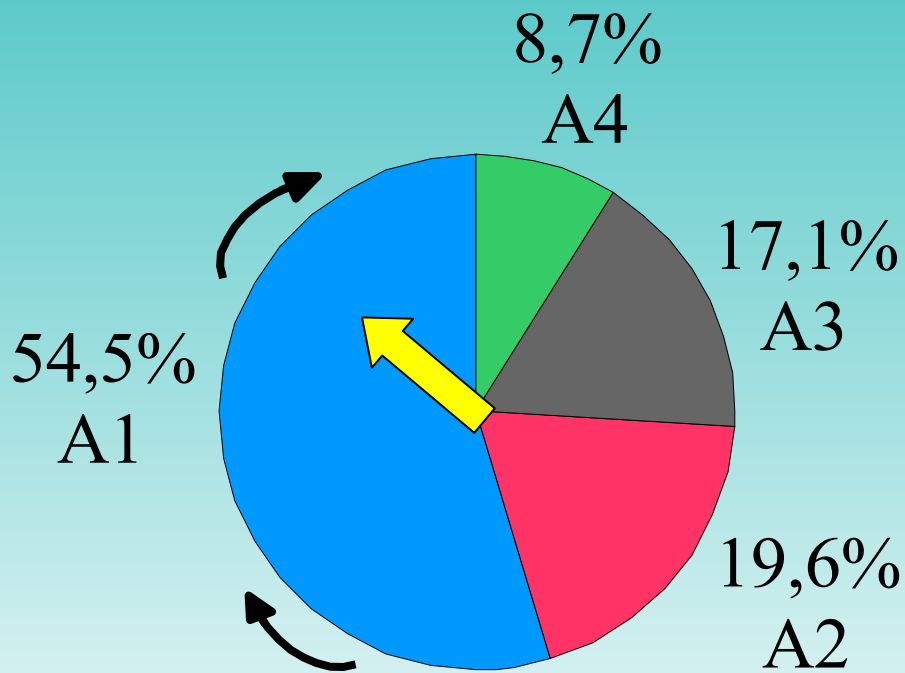
É aleatória (mas quando possível, o conhecimento da aplicação pode ser utilizado para definir população inicial)

| | cromossomos | x | $f(x)$ | Prob. de seleção |
|--------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|-------------------------|
| Pop. inicial | $A_1 = 1\ 1\ 0\ 0\ 1$ | 25 | 625 | 54,5% |
| | $A_2 = 0\ 1\ 1\ 1\ 1$ | 15 | 225 | 19,6% |
| | $A_3 = 0\ 1\ 1\ 1\ 0$ | 14 | 196 | 17,1% |
| | $A_4 = 0\ 1\ 0\ 1\ 0$ | 10 | 100 | 8,7% |

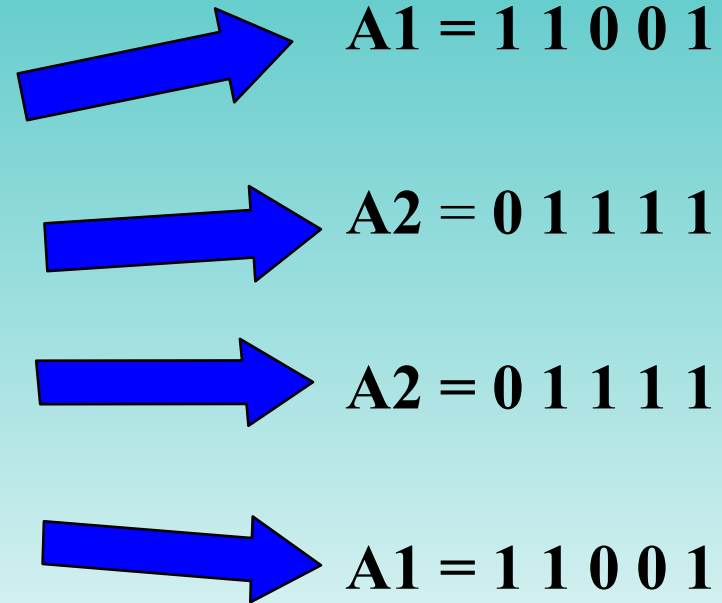
Probabilidade de seleção
proporcional a aptidão

$$p_i = \frac{f(x_i)}{\sum_{k=1}^N f(x_k)}$$

Seleção proporcional a aptidão (Roleta)



Pais selecionados



Seleção por Torneio



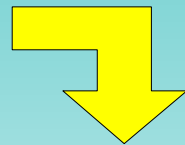
- Escolhe-se n (tipicamente 2) indivíduos aleatoriamente da população e o melhor é selecionado.

Seleção por Torneio

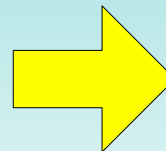


| Indivíduos | Aptidão |
|------------|---------|
| A1 | 625 |
| A2 | 225 |
| A3 | 196 |
| A4 | 100 |

Os indivíduos são selecionados para os torneios com igual probabilidade.




| Torneios | | |
|----------|---|----|
| A4 | x | A1 |
| A3 | x | A2 |
| A2 | x | A4 |
| A3 | x | A3 |



| pais selecionados |
|-------------------|
| A1 |
| A2 |
| A2 |
| A3 |

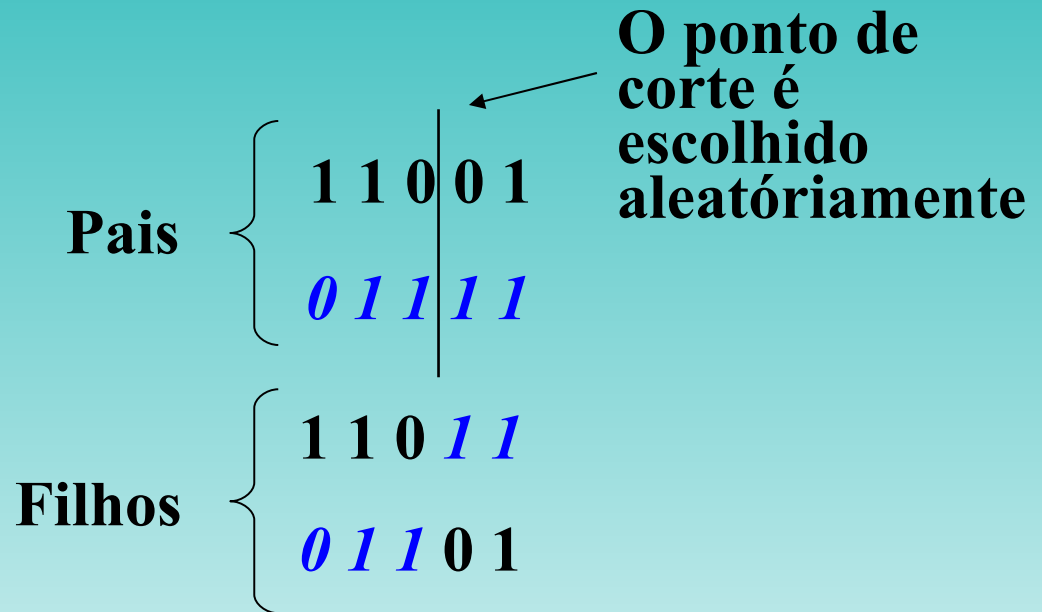
Crossover e Mutação

- 
- Combinam pais selecionados para produção de filhos.
 - Principais mecanismos de busca do AG.
 - Permite explorar áreas desconhecidas do espaço de busca.

Crossover de 1 ponto



O crossover é aplicado com uma dada probabilidade denominada *taxa de crossover* (60% a 90%)



Se o crossover é aplicado os pais trocam suas caldas gerando dois filhos, caso contrário os dois filhos serão cópias exatas dos pais.

Mutação



Mutação inverte os valores dos bits.

A mutação é aplicada com dada probabilidade, denominada *taxa de mutação* (~1%), em cada um dos bits do cromossomo.

**Antes da
mutação** 0 1 1 0 1

Depois 0 0 1 0 1

Aqui, apenas o 2o.bit
passou no teste de
probabilidade

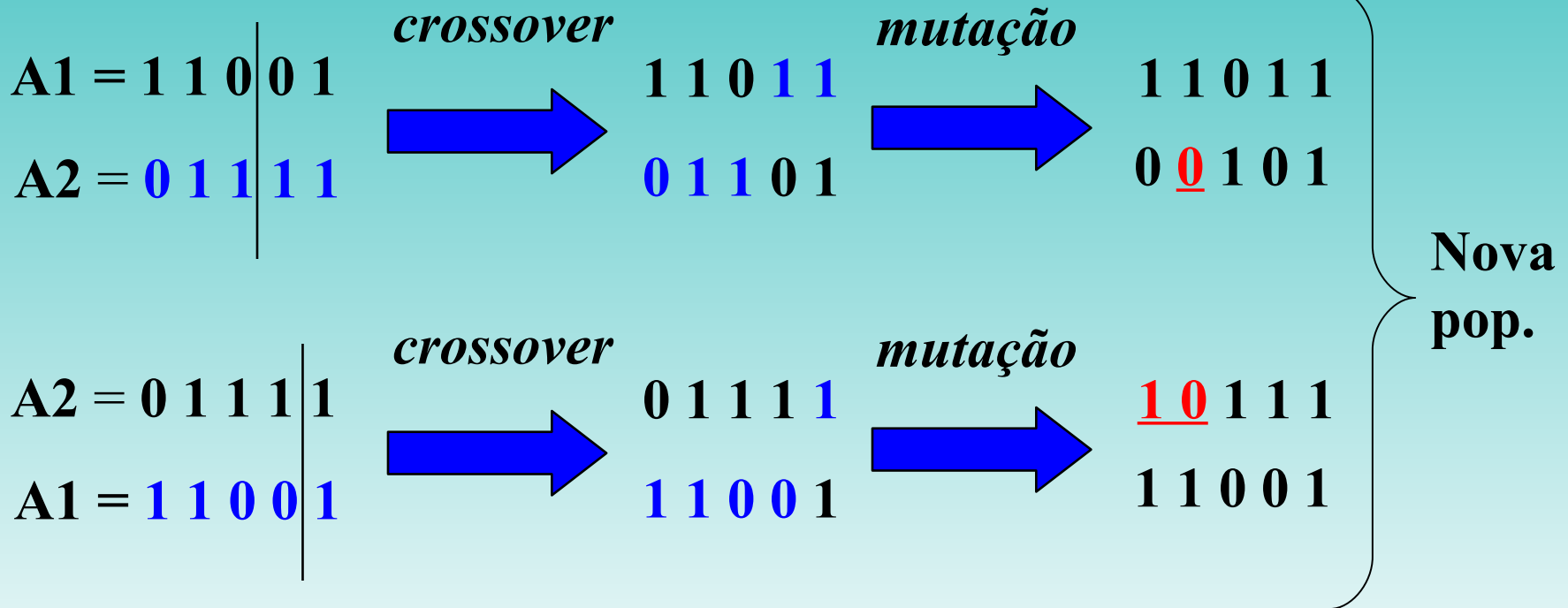
A taxa de mutação não deve ser nem alta nem baixa, mas o suficiente para assegurar a diversidade de cromossomos na população.

A primeira geração do Problema 1




Pais

Filhos



A primeira geração do Problema 1 (II)



| cromossomos | x | $f(x)$ | prob. de seleção | |
|--------------------|-----------|--------|---------------------|-------|
| 1 | 1 1 0 1 1 | 27 | 729 | 29,1% |
| 2 | 1 1 0 0 1 | 25 | 625 | 24,9% |
| 3 | 1 1 0 0 1 | 25 | 625 | 24,9% |
| 4 | 1 0 1 1 1 | 23 | 529 | 21,1% |

As demais gerações do Problema 1



**Segunda
Geração**

| | | | | | | x | $f(x)$ |
|---|---|---|---|---|---|-----|--------|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 27 | 729 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 24 | 576 |
| 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 23 | 529 |
| 4 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 21 | 441 |

**Terceira
Geração**

| | | | | | | x | $f(x)$ |
|---|---|---|---|---|---|-----|--------|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 27 | 729 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 23 | 529 |
| 3 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 15 | 225 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 7 | 49 |

As demais gerações do Problema 1 (II)



**Quarta
Geração**

| | | | | | x | $f(x)$ | |
|---|---|---|---|---|-----|--------|-----|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 31 | 961 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 27 | 729 |
| 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 23 | 529 |
| 4 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 23 | 529 |

**Quinta
Geração**

| | | | | | x | $f(x)$ | |
|---|---|---|---|---|-----|--------|-----|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 31 | 961 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 31 | 961 |
| 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 31 | 961 |
| 4 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 23 | 529 |

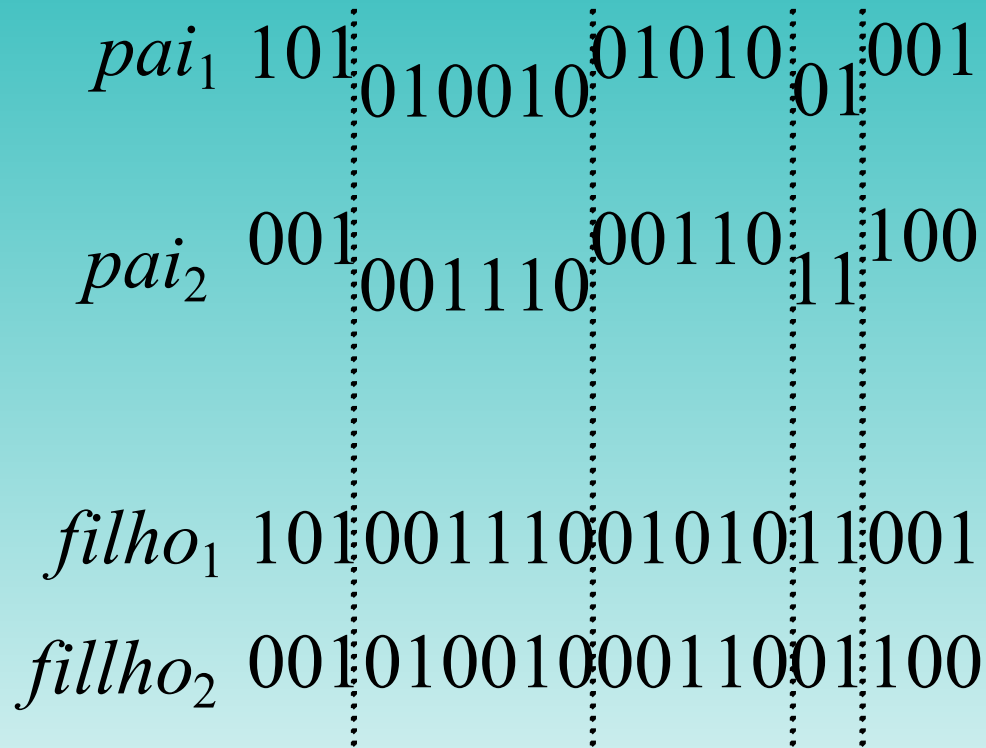
Outros Crossover's

- Crossover de 2-pontos

| | | | |
|---------------------------|-----|--------|--------|
| <i>pai</i> ₁ | 010 | 011000 | 101011 |
| <i>pai</i> ₂ | 001 | 001110 | 001101 |
| <i>filho</i> ₁ | 010 | 001110 | 101011 |
| <i>filho</i> ₂ | 001 | 011000 | 001101 |

Considerado melhor que o crossover de 1 ponto.

Crossover de n-Pontos



Crossover de 4-pontos

Crossover Uniforme



Máscara de bits aleatória

1 1 0 1 0 1 1 0 1 0

*pai*₁ 1 1 1 0 1 1 0 1 1 0



*filho*₁ 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0

*pai*₂ 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0

O *filho*₁ possui 50% de chance de levar um bit do *pai*₁ e 50% de chance de levar um bit de *pai*₂

O *filho*₂ leva o que sobra de *pai*₁ e *pai*₂

Problema 2

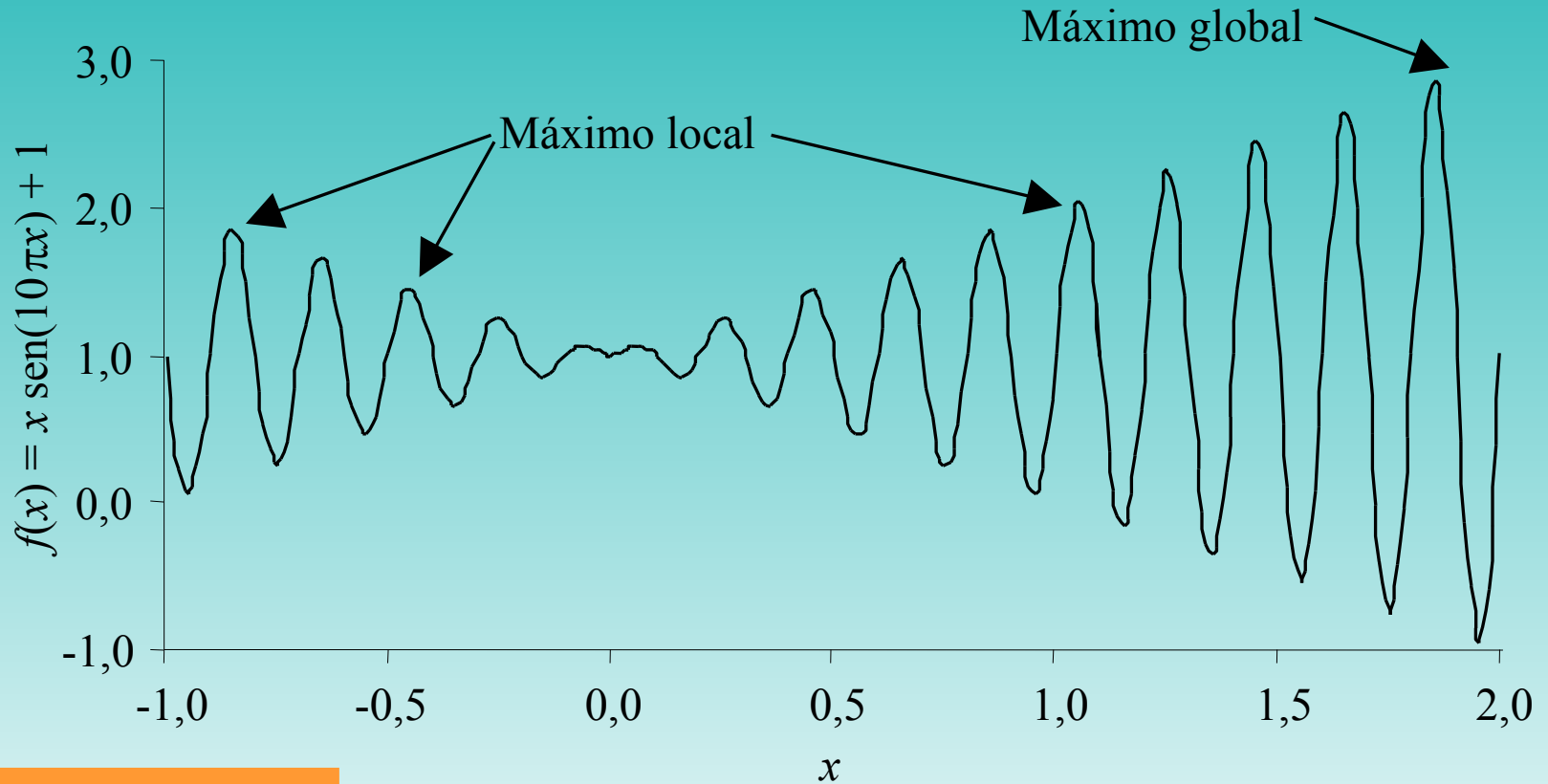
Achar o máximo da função utilizando um Algoritmo Genético:

$$f(x) = x \operatorname{seno}(10\pi x) + 1,0$$

Restrita ao intervalo:

$$-1,0 \leq x \leq 2,0$$

Problema 2 (II)



Máximo global:

$$x = 1,85055$$

$$f(x) = 2,85027$$

Problema 2 (III)

- Função multimodal com vários pontos de máximo.
- É um problema de otimização global (encontrar o máximo global)
- Não pode ser resolvido pela grande maioria dos métodos de otimização convencional.
- Há muitos métodos de otimização local, mas para otimização global são poucos.

O Cromossomo Problema 2



- Representar o único parâmetro deste problema (a variável x) na forma de um cromossomo:
 - ◆ Quantos bits deverá ter o cromossomo?
 - ◆ Quanto mais bits melhor precisão numérica.
 - ◆ Longos cromossomos são difíceis de manipular.
 - ◆ Para cada decimal é necessário cerca de 3,3 bits
 - ◆ Exemplo de cromossomo com 22 bits

1000101110110101000111

O Cromossomo Problema 2 (II)



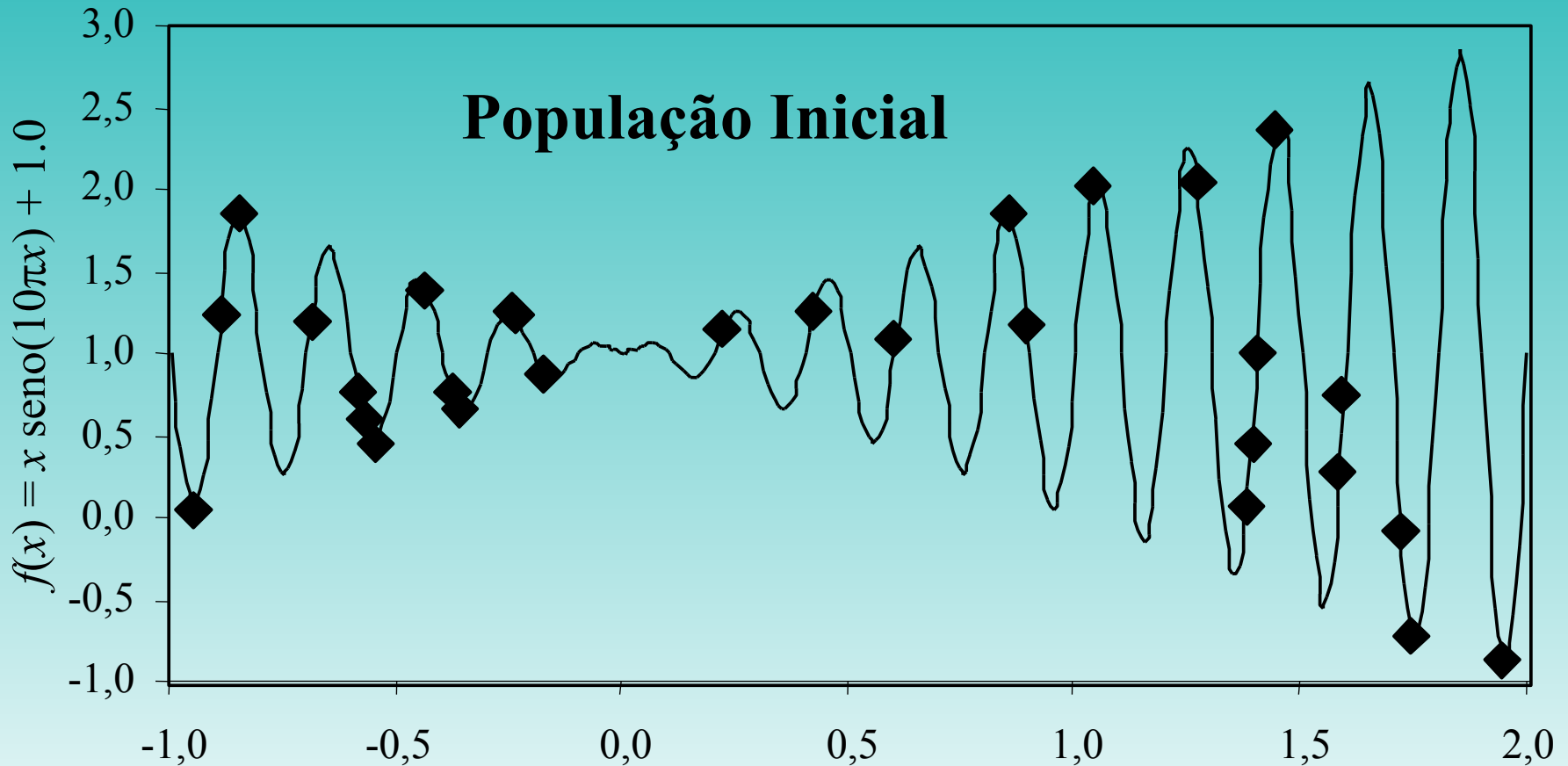
■ Decodificação

- ◆ cromossomo = 100010111011010101000111
- ◆ $b_{10} = (100010111011010101000111)_2 = 2288967$
- ◆ Valor de x precisa estar no intervalo $[-1,0; 2,0]$

$$x = \min + (\max - \min) \frac{b_{10}}{2^l - 1}$$

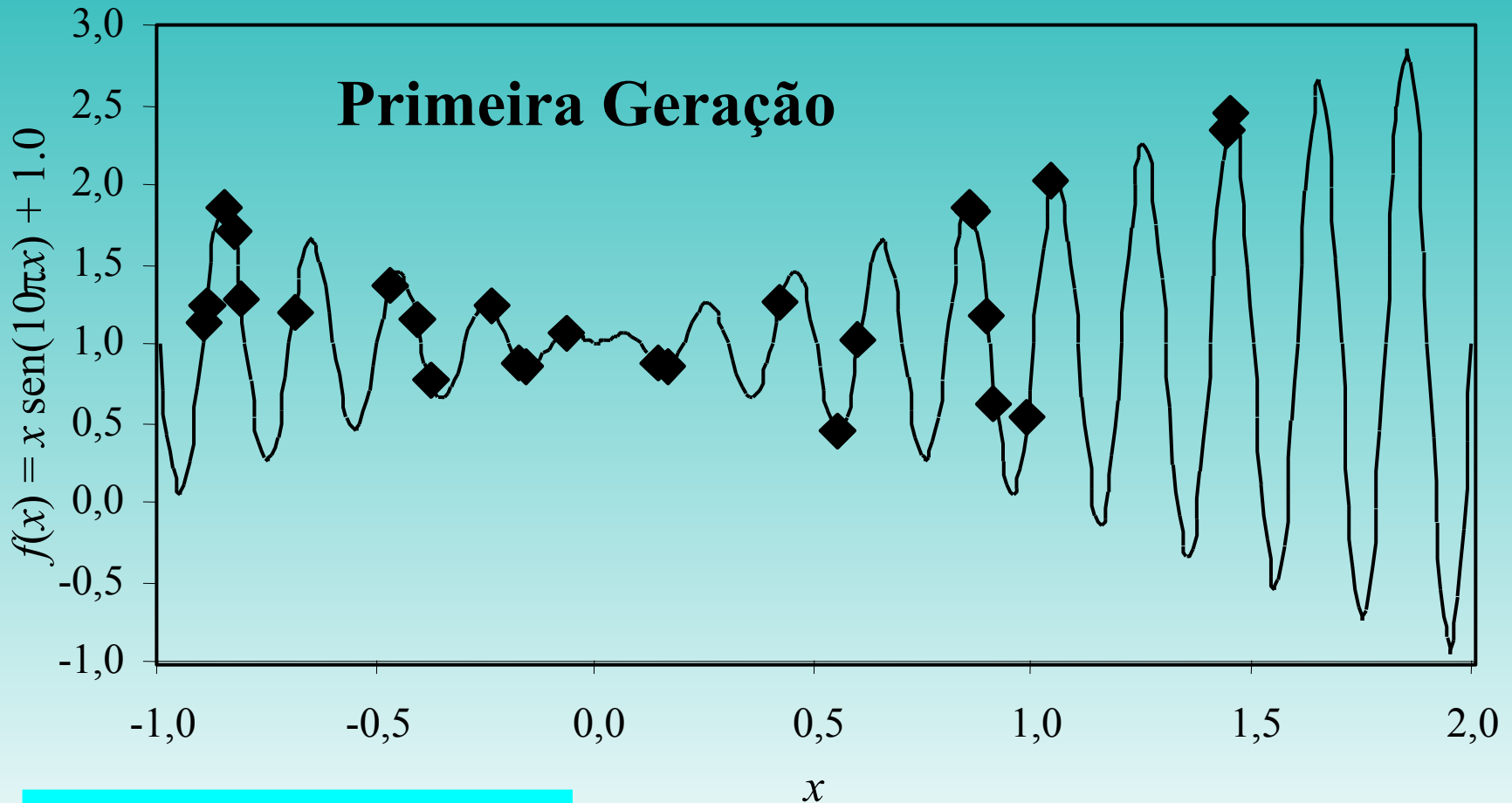
$$x = -1 + (2 + 1) \frac{2.288.967}{2^{22} - 1} = 0,637197$$

As Gerações do Problema 2



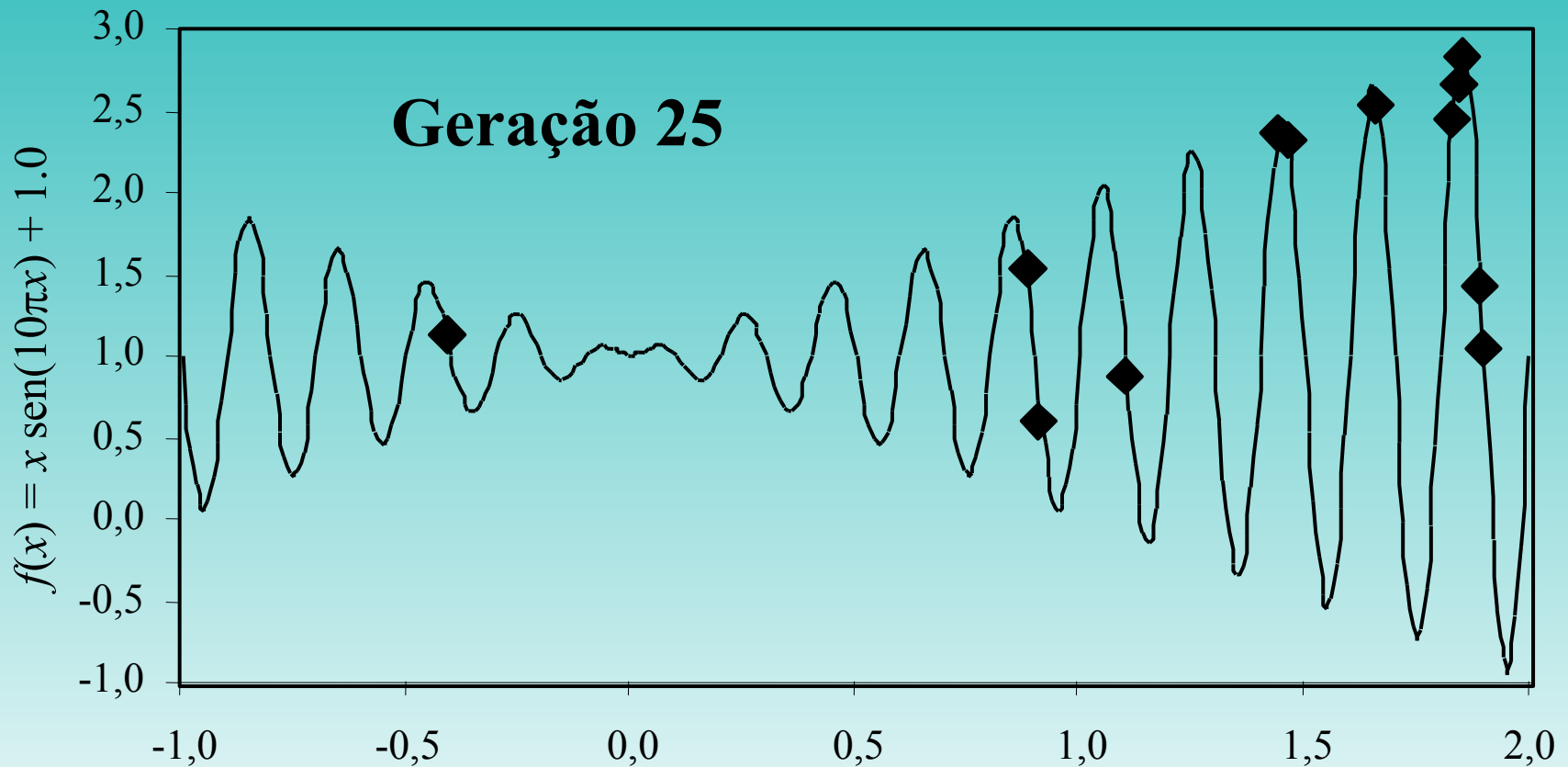
População gerada aleatoriamente

As Gerações do Problema 2 (II)



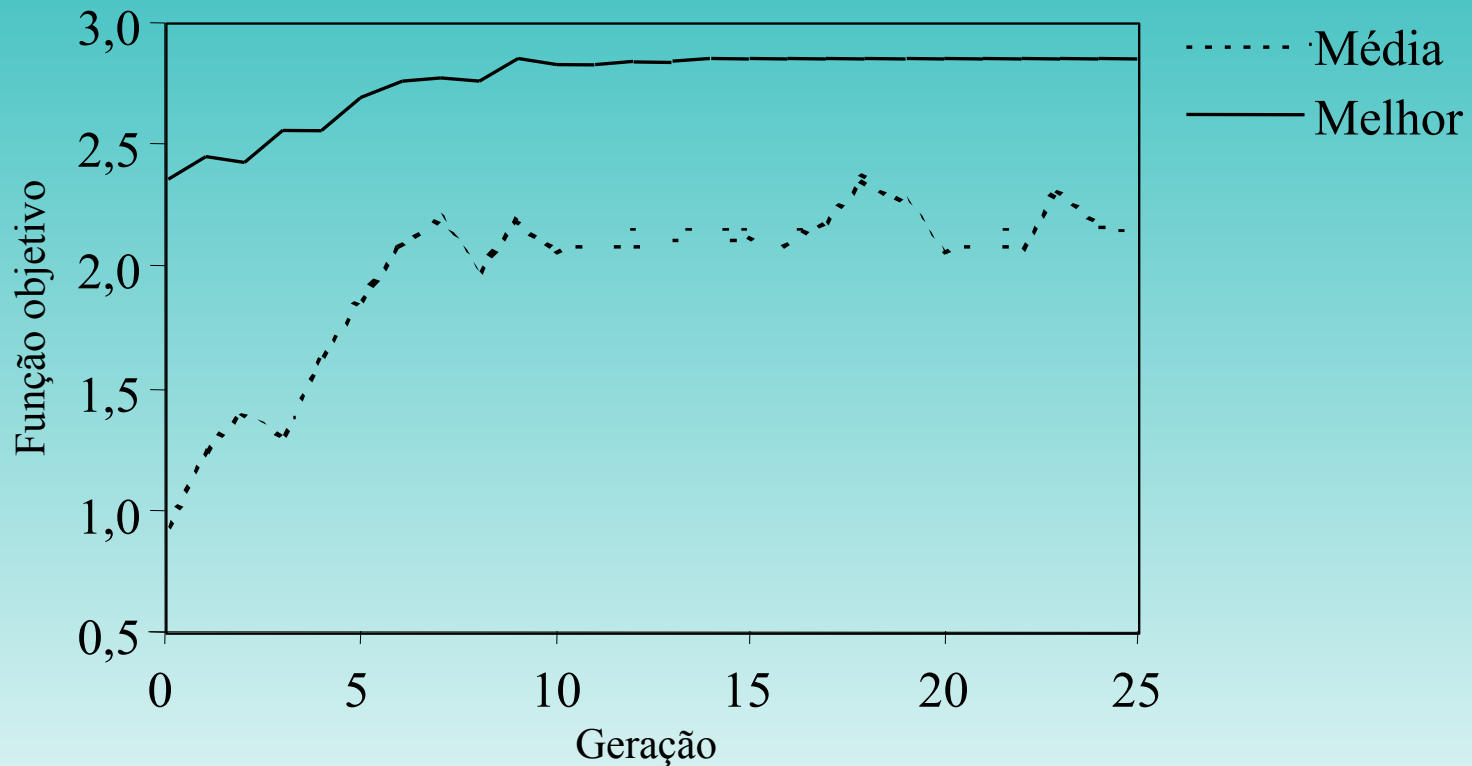
Pouca melhoria

As Gerações do Problema 2 (III)




A maioria dos indivíduos encontraram o máximo global

As Gerações do Problema 2 (IV)

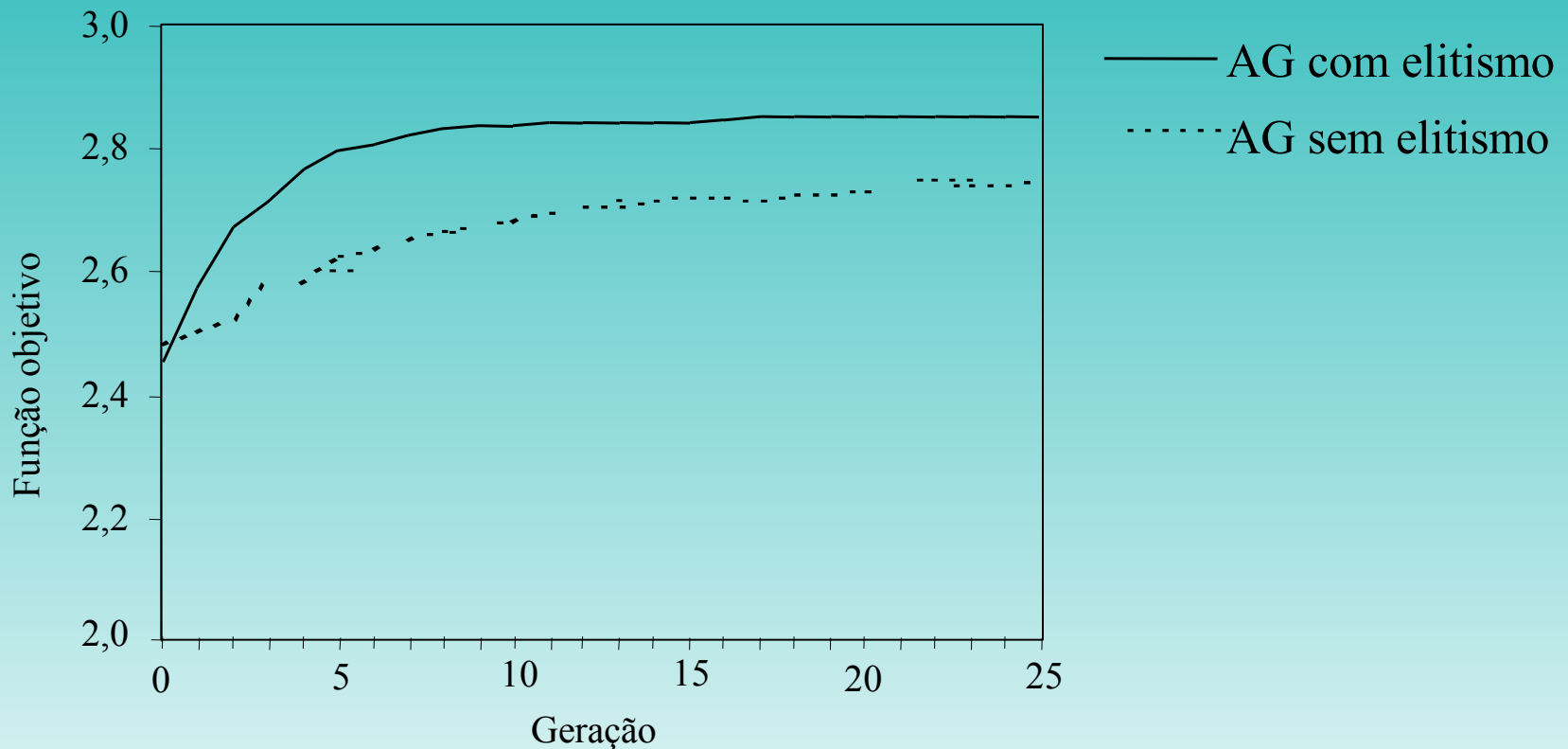


Na geração 15 o AG já encontrou o ponto máximo

Elitismo


- 
- O crossover ou mutação podem destruir a melhor indivíduo.
 - Por que perder a melhor solução encontrada?
 - Elitismo transfere a cópia do melhor indivíduo para a geração seguinte.

Elitismo no Problema 2




AG com elitismo é melhor ?

Critérios de Parada

- 
- Número de gerações.
 - Encontrou a solução (quando esta é conhecida).
 - Perda de diversidade.
 - Convergência
 - ◆ nas últimas k gerações não houve melhora na aptidão
 - Média
 - Máxima

Terminologia

- 
- Indivíduo (simples membro da população).
 - Cromossomo e Genoma:
 - ◆ Coleção de genes
 - ◆ Estrutura de dados que codifica a solução de uma problema.
 - Genótipo
 - Na biologia, representa a composição genética do organismo. Nos AGs, representa a informação contida no cromossomo.

Terminologia



■ Fenótipo:

- ◆ Objeto ou estrutura construída a partir das informações do genótipo.
- ◆ É o cromossomo decodificado.
 - Exemplo: se o cromossomo codifica as dimensões de um edifício, então o fenótipo é o edifício construído.

■ Gene:

- ◆ Codifica um simples parâmetro do problema

Terminologia

■ Alelos:

- ◆ Valores que o gene pode assumir.
 - Ex.: um gene representando a cor de um objeto pode ter alelos como azul, preto, verde etc...

■ Epistasia:

- ◆ Biologia: interação entre genes do cromossomo cujo efeito é desativar o outro gene.
- ◆ Um gene é epistático quando sua presença desativa um gene em outra posição no cromossomo.
- ◆ No AG significa não linearidade.

Exercício

- Minimize a função:

$$f(x) = x^2 - 3x + 4$$

- ◆ Assumir que $x \in [-10, +10]$
- ◆ Codificar x como vetor binário
- ◆ Criar uma população inicial com 4 indivíduos
- ◆ Aplicar Mutação com taxa de 1%
- ◆ Aplicar Crossover com taxa de 60%
- ◆ Usar seleção por torneio.
- ◆ Usar 5 gerações.