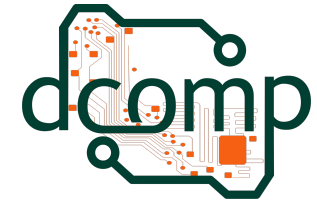




Universidade Federal do Espírito Santo  
Centro de Ciências Agrárias – CCA UFES  
Departamento de Computação



# Tautologias, Contradições e Contingências

## **Lógica Computacional 1**

Site: <http://jeiks.net>

E-mail: [jacsonrcsilva@gmail.com](mailto:jacsonrcsilva@gmail.com)

# Tautologia

- Chama-se **tautologia**
  - Toda a proposição composta que possua valor verdade **Verdadeiro** para todas suas possibilidades.
- Também são denominadas:
  - Proposições tautológicas;
  - Proposições logicamente verdadeiras.
- É imediato que sejam tautologias:
  - $p \rightarrow p$ ; e
  - $p \leftrightarrow p$ .

Exemplo:  $\sim(p \wedge \sim p)$

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim(p \wedge \sim p)$
V	F	F	V
F	V	F	V

# Tautologias

- Princípio da não contradição:
  - Uma proposição não pode ser simultaneamente verdadeira e falsa.

Sentença:  $\sim(p \wedge \sim p)$

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim(p \wedge \sim p)$
V	F	F	V
F	V	F	V

- Princípio do terceiro excluído:
  - Uma proposição ou é verdadeira ou é falsa.

Sentença:  $p \vee \sim p$

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

# Exercícios

- Quais sentenças abaixo são tautologias?
  - $p \vee \sim(p \wedge q)$ ;
  - $p \vee (q \wedge \sim q) \leftrightarrow p$ ;
  - $p \vee q \wedge r \rightarrow p$ ;

# Princípio da Substituição

- Se  $P(p, q, r, \dots)$  é uma Tautologia, então  $P(P_0, Q_0, R_0, \dots)$  também é uma Tautologia, não importando quais sejam as proposições  $P_0, Q_0, R_0, \dots$

Confuso?

Então vamos aprender melhor...

# Princípio da Substituição

- Primeiro obtenha uma Tautologia.
  - Por exemplo:  $P(p,q) = p \wedge q \rightarrow q$
- Agora, escolha uma sentença lógica que qualquer. Essa sentença pode ser uma Tautologia ou não, não faz diferença.
  - Por exemplo:  $Q = r \wedge s$
- Então, escolha uma proposição simples de  $P$  e substitua pela sentença escolhida.
  - Por exemplo, substituindo “ $q$ ” em  $P$ :  
 $P(p, Q): p \wedge (Q) \rightarrow (Q)$   
 $P(p, Q): p \wedge (r \wedge s) \rightarrow (r \wedge s)$
- A sentença gerada é uma nova tautologia.
- Dúvida? Faça a tabela verdade e experimente outras sentenças.

# Princípio da Substituição

- Mais um exemplo:
  - Tautologia:  
 $P: (p \wedge q) \vee (\sim p) \vee (\sim q)$
  - Sentenças:  
 $P_p: r \vee s$   
 $P_q: r \rightarrow t$
  - Substituindo  $p$  por  $P_p$  e  $q$  por  $P_q$ , temos uma nova tautologia:
    - $((r \vee s) \wedge (r \rightarrow t)) \vee (\sim(r \vee s)) \vee (\sim(r \rightarrow t))$

# Contradição

- Chama-se **contradição**
  - Toda a proposição composta que possua valor verdade **Falso** para todas suas possibilidades.
- Também são denominadas:
  - Proposições contraválidas;
  - Proposições logicamente falsas.
- Exemplo:
  - Uma proposição pode ser simultaneamente verdadeira e falsa:  $p \wedge \sim p$

Sentença:  $p \wedge \sim p$

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F



# Princípio da Substituição

- Assim como o Princípio da Substituição é válido para tautologias, ele também é válido para Contradições.
- Exemplo:
  - Contradição:
    - P:  $p \leftrightarrow \sim p$
  - Sentença:
    - Q:  $p \wedge q$
  - Nova contradição gerada:
    - R:  $(p \wedge q) \leftrightarrow \sim(p \wedge q)$

Sentença:  $(p \wedge q) \leftrightarrow \sim(p \wedge q)$

p	q	$(p \wedge q) \leftrightarrow \sim(p \wedge q)$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	F

# Exercício

- Prove que a seguinte sentença é uma contradição:
  - $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
- Crie duas novas contradições utilizando a sentença do exercício anterior.

# Contingência

- Chama-se **contingência**
  - Toda proposição composta que possua pelos menos um valor verdade **Verdadeiro** e um **Falso** em suas possibilidades.
  - Toda proposição que **não** é tautologia e **não** é contradição.
- Exemplo:
  - P:  $p \rightarrow \sim p$

Sentença:  $p \rightarrow \sim p$

p	$\sim p$	$p \rightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	V