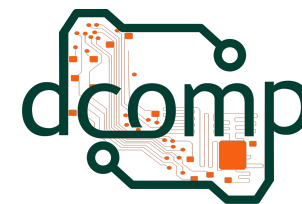




Universidade Federal do Espírito Santo
Centro de Ciências Agrárias – CCA UFES
Departamento de Computação



Operações Lógicas sobre Proposições

Lógica Computacional 1

Site: <http://jeiks.net>

E-mail: jacsonrcsilva@gmail.com

Operações Lógicas

- As operações realizadas sobre preposições são chamadas de **operações lógicas**.
- As operações lógicas obedecem regras de cálculo, denominado **cálculo proposicional**.

Negação

- Símbolos que podem ser utilizados: \neg , \sim , ' ,
- A **negação** de uma proposição define-se pelo seu complemento, seu valor contrário.
- Assim, se:
 - $V(p) = V$, então “não p” é Falso: $V(\neg p) = F$;
 - $V(p) = F$, então “não p” é Verdadeiro: $V(\neg p) = V$;
- Outras considerações:
 - $\neg V = F$, $\neg F = V$;
 - $V(\neg p) = \neg V(p)$.

p	$\neg p$
V	F
F	V

Exercícios

- Qual a negação das seguintes proposições:
 - Luis é professor;
 - O mar é salgado;
 - O pudim é gostoso;
 - Não é verdade que Vitória pertence ao Espírito Santo.
- Escreva as proposições anteriores com a notação correta da negação.

Conjunção

- Símbolo: \wedge
- Define-se como **conjunção** a interseção de duas proposições, onde:
 - o **valor lógico** da proposição composta somente será **verdadeiro** quando **todos** seus átomos forem **verdadeiros**.
- Indicação: $p \wedge q$
 - Lê-se: **p e q**
- Obtém-se:
 - $V \wedge V = V$ $F \wedge V = F$
 - $V \wedge F = F$ $F \wedge F = F$

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Exercícios

- Utilizando a conjunção, crie três proposições compostas com dois átomos cada uma.
- Crie duas proposições compostas utilizando *conjunções* e *negações*.
- Escreva as proposições criadas com a notação lógica.

– Exemplo:

$$\begin{cases} p: A neve é branca. & (V) \\ q: 2 < 5 & (V) \end{cases}$$

$$p \wedge q: A neve é branca e 2 < 5$$

$$V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q) = V \wedge V = V$$

- Qual o valor lógico de cada proposição criada?

Disjunção

- Símbolo: \vee
- Define-se como **disjunção** a união de duas proposições, onde:
 - o **valor lógico** da proposição composta somente será **falso** quando **todos** seus átomos forem **falsos**.

- Indicação: $p \vee q$

– Lê-se: **p ou q**

- Obtém-se:

– $V \vee V = V$ $F \vee V = V$

– $V \vee F = V$ $F \vee F = F$

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Exercícios

- Utilizando a disjunção, crie três proposições compostas com dois átomos cada uma.
- Crie duas proposições compostas utilizando *conjunções*, *negações* e *disjunções*.
- Escreva as proposições criadas com a notação lógica.
 - Exemplo:

$$\left\{ \begin{array}{ll} p: \textit{Paris é a capital da França.} & (V) \\ q: 10 - 7 = 5 & (F) \end{array} \right.$$

$$p \vee q: \textit{Paris é a capital da França ou } 10 - 7 = 5$$

$$V(p \vee q) = V(p) \vee V(q) = V \vee F = V$$

- Qual o valor lógico de cada proposição criada?

Disjunção Exclusiva

- Símbolos: $\underline{\vee}$, \oplus
- Define-se como **disjunção exclusiva** a união de duas proposições, onde:
 - O “ou” define a exclusividade de uma das duas proposições.
 - Ou seja: um ou outro, mas não ambos.

- Indicação: $p \oplus q$
 - Lê-se: ou p ou q
 p ou q , mas não ambos.

- Obtém-se:
 - $V \oplus V = F$ $V \oplus F = V$
 - $F \oplus F = F$ $F \oplus V = V$

p	q	$p \oplus q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Disjunção Exclusiva

- Diferença entre a **disjunção inclusiva** e a **exclusiva**:
 - P: Carlos é médico **ou** professor. (inclusiva)
se qualquer uma dos átomos for verdadeiro, o valor lógico de P será verdadeiro.
 - Q: Mário é alagoano **ou** gaúcho. (exclusiva)
somente se um dos átomos for verdadeiro que o valor lógico de Q será verdadeiro.
- A proposição P é uma disjunção inclusiva:
 - Um dos dois valores pode ser verdadeiro, ou os dois podem ser verdadeiros ao mesmo tempo;
- A proposição Q é uma disjunção exclusiva:
 - Somente um dos dois valores que pode ser verdadeiro, não sendo possível os dois serem verdadeiros ao mesmo tempo.

Exercícios

- Crie duas disjunções exclusivas.
- Crie uma sentença com: uma disjunção exclusiva e uma negação.
- Classifique cada uma das disjunções abaixo como inclusiva ou exclusiva:
 - O colchão é macio ou não é macio;
 - O homem é rico ou pobre;
 - O carro é vermelho ou azul;
 - O jogo é bom ou divertido;
 - O homem é inteligente ou bonito;

Exercícios

- Escreva as proposições do exercício anterior com a notação adequada.

– Exemplo:

$$\begin{cases} p: \text{O Brasil é na América do Sul.} & (V) \\ q: \text{O Brasil é na América do Norte} & (F) \end{cases}$$

$p \oplus q$: *ou O Brasil é na América do Sul
ou O Brasil é na América do Norte*

outra forma de dizer:

O Brasil é na América do Sul

$p \oplus q$: *ou O Brasil é na América do Norte,
mas não ambos*

$$V(p \oplus q) = V(p) \oplus V(q) = V \oplus F = V$$

Condicional

- Símbolo: \rightarrow (chamado de símbolo de implicação)
- Chama-se **condicional** uma proposição representada por “se **p** então **q**”, onde o valor lógico somente é falsidade se **p** for verdadeira e **q** for falsa.
- Indicação: **p** \rightarrow **q**
- Lê-se:
 - Se **p**, então **q**;
 - **p** é condição suficiente para **q**;
 - **q** é condição necessária de **p**;
 - **q** é consequência de **p**.

Condicional

- Em $p \rightarrow q$:
 - p é o antecedente e
 - q é o conseqüente.
- Valores lógicos:
 - $V \rightarrow V = V$ $V \rightarrow F = F$
 - $F \rightarrow F = V$ $F \rightarrow V = V$
- Exemplo da utilização da condicional:
 - Fogo é uma condição necessária para fumaça
 - Pode ser reformulada como:
 - Se há fumaça, então há fogo
 - Antecedente: há fumaça
 - Conseqüente: há fogo

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Exemplo condicional

- Neste exemplo, suponha que seu amigo disse:
 - Se eu me formar na primavera, vou tirar férias na Flórida
- Condições:
 - Se ele realmente se formar na primavera (V) e tirar suas férias na Flórida (V), a sentença foi VERDADEIRA;
 - Porém, se ele se formar na primavera (V) e **não** tirar suas férias na Flórida (F), seu comentário foi uma sentença FALSA;
 - Agora, supondo que ele não se formou (F),
 - Independentemente de ele tirar ou não as férias na Flórida, a sentença não tornou-se falsa, pois demos-lhe o benefício da dúvida.

Exercícios

- Crie três proposições compostas utilizando condicionais.
- Indique qual é o antecedente e qual é o conseqüente de cada proposição criada.
- Escreva as proposições criadas com a notação adequada.

– Exemplo:

$$\begin{cases} p : \text{O mês de Maio tem 31 dias.} & (V) \\ q : \text{A Terra é plana} & (F) \end{cases}$$

$p \rightarrow q$: *Se O mês de Maio tem 31 dias ,
então a Terra é plana*

$$V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q) = V \rightarrow F = F$$

Bicondicional

- Símbolo: \leftrightarrow
- Chama-se **bicondicional** uma proposição representada por “**p se e somente se q**”,
 - onde o valor lógico é **verdade** quando **p** e **q** são ambos verdadeiros e
 - **falsidade** quando são diferentes.
- Indicação: **p** \leftrightarrow **q**
- Lê-se:
 - **p se e somente se q**;
 - **p** é condição necessária e suficiente para **q**;
 - **q** é condição necessária e suficiente para **p**;

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Bicondicional

- Outra forma de entender o bicondicional:
 - Consideremos a bi-implicação:

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

- O Bicondicional é equivalente a: $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

Exercícios

- Crie duas proposições utilizando bicondicionais.
- Crie uma tabela verdade apresentando sua bi-implicação.
- Escreva as proposições criadas com a notação adequada:

– Exemplo:

$$\begin{cases} p: \textit{Roma fica na Europa} . & (V) \\ q: \textit{A neve é branca} & (V) \end{cases}$$

$$p \leftrightarrow q: \textit{Roma fica na Europa} \\ \textit{se e somente se A neve é branca}$$

$$V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q) = V \leftrightarrow V = V$$