Lista de Exercícios – Lógica Computacional 1 – prof. Jacson Rodrigues

1. Nesse exercício, vamos entender melhor como funciona o método dedutivo, ou melhor dizendo, como sua demonstração é realizada.
* Suponhamos a seguinte sentença: $P \wedge Q \wedge \sim R \Rightarrow P \wedge Q$
* Organizando-a pela ordem de precedência, temos: $(P \wedge Q \wedge \sim R) \Rightarrow (P \wedge Q)$
* Para apresentar de forma mais fácil, imagine que X representa $(P \wedge Q \wedge \sim R)$ e que Z representa $(P \wedge Q)$. Assim, temos a seguinte tabela verdade:

	X	**Z**	**X → Z**
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

Que é igual a:

P ∧ Q ∧ ~R	**P ∧ Q**	**P ∧ Q ∧ ~R → P ∧ Q**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

* Como é uma equivalência, devemos provar que $(P \wedge Q)$ é deduzido de $(P \wedge Q \wedge \sim R)$, ou seja:
  - se $(P \wedge Q \wedge \sim R)$ é Verdadeiro, então $(P \wedge Q)$ também é Verdadeiro (linha 1 da tabela verdade).
* Também note que:
  - se $(P \wedge Q \wedge \sim R)$ é Falso, então não é preciso provar $(P \wedge Q)$, pois mesmo que esta conclusão possua valor verdadeiro ou falso, a sentença inteira ainda possuirá o valor verdadeiro (linhas 3 e 4 da tabela verdade).
* Mas se supormos que o valor de $(P \wedge Q \wedge \sim R)$ é verdadeiro e chegarmos a um valor Falso para $(P \wedge Q)$, então estamos provando que a sentença completa está Falsa, devido a sua conclusão estar incorreta.
* Baseado nisso, vamos então buscar a verdade. Para isso, você deve por a mão na massa:

a. Primeiro, fazendo a suposição que $(P \wedge Q \wedge \sim R)$ é verdadeiro, construa sua tabela verdade e verifique o valor de P, Q e ~R na linha onde o valor verdade final é Verdadeiro.
b. Isso permitirá a você entender a regra de simplificação e escrever as três primeiras hipóteses de nossa demonstração:

1. P hipótese
2. Q hipótese
3. ~R hipótese

c. Agora você deve encontrar valores que são equivalentes às hipóteses 1,2 e 3 até chegar a conclusão desejada: $(P \wedge Q)$. Para isso:
c1) Aplique o operador OU ($\vee$) na hipótese 1 e 2.
c2) Aplique o operador AND ($\wedge$) na hipótese 1 e 2.
c3) Crie mais duas colunas na tabela verdade do início desse exercício e apresente os valores verdade das expressões criadas em "c1" e "c2".
c4) Agora, verifique se para todos os valores "Verdadeiro" de $(P \wedge Q \wedge \sim R)$, nós possuímos o valor "Verdadeiro" nas colunas de "c1" e "c2".
c5) Explique qual expressão nova pode ser inferida pela expressão $(P \wedge Q \wedge \sim R)$. Para isso, verifique em qual coluna ("c1" ou "c2") que poderia ser utilizada o sinal de implicação →.
d. Agora que você descobriu o porquê da regra de conjunção, podemos terminar nossa demonstração:

1. P hipótese
2. Q hipótese
3. ~R hipótese
4. $P \wedge Q$ conjunção 1, 2 *c.q.d.*

e. Só mais uma coisa: por que podemos obter $(P \vee Q)$ quando sabemos que P é verdadeiro? E por que não podemos obter P quando sabemos que $(P \vee Q)$ é verdadeiro. (utilize a tabela verdade)

2. Nesse exercício, vamos porque podemos aplicar equivalências.
Para isso, vamos estudar a expressão: $\sim((P \rightarrow Q) \wedge R) \wedge \sim Q \Rightarrow \sim(P \wedge Q)$

a. Crie sua tabela verdade.

b. Substitua $(P \rightarrow Q)$ pela expressão equivalente: $(\sim P \vee Q)$.
Compare com uma tabela verdade a expressão $(P \rightarrow Q)$ e a expressão $(\sim P \vee Q)$.
Logo após, compare com uma tabela verdade a expressão $\sim((P \rightarrow Q) \wedge R)$ e $\sim((\sim P \vee Q) \wedge R)$.

c. Baseado na questão "b", explique porque essa troca pode ser feita na expressão sem problemas.

3. Nesse exercício, vamos criar uma sentença que deverá ser demonstrada por dedução. Para isso, siga os passos abaixo:

a. Crie uma sentença com as letras P, Q e R..

b. Agora, construa a tabela verdade de sua sentença.

c. Verifique se o resultado foi uma Contingência.

d. Então, marque os valores verdade finais de sua tabela que possuem o valor Verdadeiro.

e. Agora cria uma nova sentença. Seu resultado deve apresentar Verdadeiro para todos os valores verdade marcados no passo "d" desse exercício.

f. Sua sentença está completa. Escreva-a da forma:
"sentença criada no passo 'a'" ⇒ "sentença criada no passo 'e'"

g. Neste momento, você pode deduzir a sentença do passo "f" com as regras de inferência e equivalência.

4. Agora, prove que as seguintes conclusões são válidas:

a. $\sim((P \vee Q) \rightarrow R) \Rightarrow \sim R$

b. $((P \leftrightarrow Q) \rightarrow \sim R) \wedge \sim(P \vee Q) => \sim(P \wedge Q \wedge R)$

c. $((P \wedge \sim Q) \rightarrow R) \rightarrow \sim(P \wedge \sim Q \wedge \sim R)$

d. $\sim(P \vee Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (\sim P \vee \sim Q)$

e. $(\sim P \vee Q) \wedge (R \vee \sim Q) \wedge (Q \rightarrow R) \wedge \sim P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

f. $((P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow R) \wedge P \rightarrow (Q \leftrightarrow R)$