

## Exercícios

1. Que regra de inferência é ilustrada pelo argumento dado?

a) Se Martins é o autor, então o livro é de ficção. Mas o livro não é de ficção. Portanto, Martins não é o autor.

b) Se a firma falir, todos os seus ativos têm que ser confiscados. A firma faliu. Segue que todos os seus bens têm que ser confiscados.

c) O cachorro tem um pelo sedoso e adora latir. Portanto, o cachorro adora latir.

d) Se Paulo é um bom nadador, então ele é um bom corredor. Se Paulo é um bom corredor, então ele é um bom ciclista. Portanto, se Paulo é um bom nadador, então ele é um bom ciclista.

2. Em cada caso abaixo, qual a conclusão que pode ser inferida (quando puder ser inferida alguma)?

a) Se o carro foi envolvido em um acidente onde o motorista fugiu, então a pintura deve ter descascado. Mas a pintura não está destacada.

b) Ou o tempo vai ficar ruim, ou sairemos a tempo. Se o tempo ficar ruim, então o voo pode ser cancelado.

c) Se a conta fosse cancelada hoje, você seria pago amanhã. Você será pago amanhã.

d) A grama precisa ser cortada e as árvores precisam ser podadas. Se a grama precisa ser cortada, então precisamos varrer as folhas.

3. Justifique cada passo da demonstração de:  $A \wedge (B \rightarrow C) \wedge B \rightarrow (A \wedge C)$  (tem correção aqui)

*Ajuda:* Como se deseja provar que o consequente é verdadeiro, temos que provar que o antecedente é verdadeiro. Assim, consideramos que  $A \wedge (B \rightarrow C) \wedge B$  é verdadeiro. Como sabemos que um E (AND) somente é verdadeiro se todas suas proposições são verdadeiras, então temos as primeiras três hipóteses. Baseando-se nessas hipóteses, obtemos por Modus Ponens a inferência 4, que foi baseada em 2 e 3. E por final, obtemos por conjunção a inferência 5, que foi baseada em 1 e 4.

1. A hip (hipótese)

2.  $B \rightarrow C$  hip

3. B hip

4. C modus ponens: 2, 3

5.  $A \wedge C$  conjunção: 1, 4

4. Justifique cada passo da demonstração de:  $[A \rightarrow (B \vee C)] \wedge B' \wedge C' \rightarrow A'$

1.  $A \rightarrow (B \vee C)$

2. B'

3. C'

4.  $B' \wedge C'$

5.  $(B \vee C)'$

6. A'

5. Justifique cada passo da demonstração de:  $A' \wedge B \wedge [B \rightarrow (A \vee C)] \rightarrow C$

1.  $A'$
2.  $B$
3.  $B \rightarrow (A \vee C)$
4.  $A \vee C$
5.  $(A')' \vee C$
6.  $A' \rightarrow C$
7.  $C$

6. Use a lógica proposicional para provar que cada conclusão abaixo é válida:

- a)  $A' \wedge (B \rightarrow A) \rightarrow B'$
- b)  $(A \rightarrow B) \wedge [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \wedge A \rightarrow C$  (tem correção aqui)
- c)  $[(C \rightarrow D) \rightarrow C] \wedge (C \rightarrow D) \rightarrow D$  (tem correção aqui)
- d)  $A' \wedge (A \vee B) \rightarrow B$
- e)  $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \wedge (A \vee D') \wedge B \wedge D \rightarrow C$  (tem correção aqui)
- f)  $(A' \rightarrow B') \wedge B \wedge (A \rightarrow C) \rightarrow C$

## Respostas

1. Domine uma letra para cada sentença e as associe até chegar à sentença final. Depois, descreva como a sentença é verdadeira:

- a)  $(M \rightarrow F) \wedge F' \rightarrow M'$  obtido por modus tollens
- b)  $(B \rightarrow A) \wedge B \rightarrow A$  modus ponens
- c)  $S \wedge L \rightarrow L$  simplificação
- d)  $(N \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow C) \rightarrow (N \rightarrow C)$  silogismo hipotético

2.

- a) A hipótese tem a forma  $(C \rightarrow P) \wedge P$ . Por modus tollens, a conclusão é  $C'$ , ou seja, o carro não foi envolvido no acidente.
- b) A hipótese tem a forma  $(T \underline{\vee} S) \wedge (T \rightarrow V)$ . Nenhuma conclusão pode ser obtida. Note que  $T \vee S$  não significa que você tem T.
- c) A hipótese tem a forma  $(C \rightarrow P) \wedge P$ . Somente P (você será pago amanhã) pode ser concluído usando simplificação. Porém, C não pode ser concluído., já que pode assumir o valor de Verdadeiro ou Falso.
- d) A hipótese tem a forma  $G \wedge A \wedge (G \rightarrow V)$ . Por modus ponens, a conclusão é V, nós necessitamos varrer as folhas.

3.

- 1. hipótese
- 2. hipótese
- 3. hipótese
- 4. 2,3 modus ponens
- 5. 1,4 conjunção

4.

- 1. hipótese
- 2. hipótese
- 3. hipótese
- 4. 2,3 conjunção
- 5. 4, De Morgan
- 6. 1, 5 modus tollens

5.

- 1. hipótese
- 2. hipótese
- 3. hipótese
- 4. 2,3 modus ponens

5. 4, dupla negação

6. 5, condicional

7. 1,6, modus ponens

6.

a)

1.  $A'$  hipótese
2.  $B \rightarrow A$  hipótese
3.  $B'$  1,2 modus tollens

b)

1.  $A \rightarrow B$  hipótese
2.  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$  hipótese
3.  $A$  hipótese
4.  $B$  1,3 modus ponens
5.  $B \rightarrow C$  2,3 modus ponens
6.  $C$  4,5 modus ponens

c)

1.  $(C \rightarrow D) \rightarrow C$  hipótese
2.  $C \rightarrow D$  hipótese
3.  $C$  1,2 modus ponens
4.  $D$  2,3 modus ponens

d)

1.  $A'$  hipótese
2.  $A \vee B$  hipótese
3.  $(A')' \vee B$  2, dupla negação
4.  $A' \rightarrow B$  3, condicional
5.  $B$  1,4, modus ponens

e)

1.  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$  hipótese
2.  $A \vee D'$  hipótese
3.  $B$  hipótese
4.  $D$  hipótese
5.  $D' \vee A$  2, comutatividade
6.  $D \rightarrow A$  5, condicional
7.  $A$  4,6, modus ponens
8.  $B \rightarrow C$  1,7, modus ponens
9.  $C$  3,8, modus ponens

f)

1.  $A' \rightarrow B'$  hipótese
2.  $B$  hipótese
3.  $A \rightarrow C$  hipótese
4.  $(B)'$  2, dupla negação
5.  $(A)'$  1, 4, modus tollens
6.  $A$  5, dupla negação
7.  $C$  3, 6, modus ponens