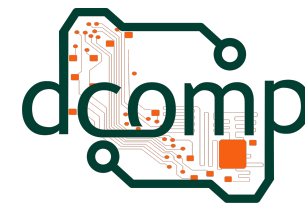




Universidade Federal do Espírito Santo  
Centro de Ciências Agrárias – CCA UFES  
Departamento de Computação



# Demonstração Condicional e Demonstração Indireta

## **Lógica Computacional 1**

Site: <http://jeiks.net>

E-mail: [jacsonrcsilva@gmail.com](mailto:jacsonrcsilva@gmail.com)

# Demonstração Condicional – DC

- A Demonstração Condicional é uma outra forma de demonstrar a validade de um argumento.

Seja o argumento:

$$P_1, P_2, \dots, P_n \vdash A \rightarrow B \quad (\text{com conclusão } "A \rightarrow B")$$

Este argumento é válido somente se sua “condicional associada” é **tautológica**:

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

# Demonstração Condicional – DC

- Utilizando a *Regra da Importação*, pode-se obter uma condicional **equivalente**:

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

é equivalente a:

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \wedge A) \rightarrow B$$

- Dessa forma, o argumento:

$$P_1, P_2, \dots, P_n \vdash A \rightarrow B \quad (\text{com conclusão } "A \rightarrow B")$$

- É válido se e somente se também é válido o argumento:

$$P_1, P_2, \dots, P_n, A \vdash B \quad (\text{com conclusão } "B")$$

# Demonstração Condicional – DC

- Então é válida a seguinte regra da **Demonstração Condicional (DC)**:
  - Para demonstrar a validade de um argumento que possua conclusão na forma condicional “ $A \rightarrow B$ ”, introduz-se **A** como **Premissa Adicional (PA)** e deduz-se **B**.

# Exemplo

- Demonstre a validade do argumento:

$$p \vee (q \rightarrow r), \sim r \vdash q \rightarrow p$$

- De acordo com a regra DC, pode-se demonstrar a validade do argumento equivalente:

$$p \vee (q \rightarrow r), \sim r, q \vdash p$$

Temos, sucessivamente:

1. $p \vee (q \rightarrow r)$	<b>Premissa</b>
2. $\sim r$	<b>Premissa</b>
3. $q$	<b>Premissa Adicional (PA)</b>
<hr/>	
4. $p \vee (\sim q \vee r)$	COND 1
5. $(p \vee \sim q) \vee r$	ASSOC 4
6. $p \vee \sim q$	SD 2,5
7. $\sim\sim q$	DN 3
8. $p$	SD 6,7

# Exercício

- Demonstre a validade do seguinte argumento:

$$\sim p \rightarrow (q \rightarrow r), \quad s \vee (r \rightarrow t), \quad p \rightarrow s \vdash \sim s \rightarrow (q \rightarrow t)$$

# Demonstração Indireta – DI

- Também chamada de Demonstração por Absurdo.
- Consiste em admitir a **negação** da **conclusão** como **verdadeira** e daí **deduzir** qualquer **contradição**:

– Do argumento:

$$P_1, P_2, \dots, P_n \vdash Q$$

– Admitir a negação da conclusão Q como verdadeira:

$$P_1, P_2, \dots, P_n, \sim Q$$

– Para deduzir uma **Contradição**:

$$P_1, P_2, \dots, P_n, \sim Q \vdash \mathbf{C}$$

# Exemplo

- Demonstre a validade do argumento:

$$p \rightarrow \sim q, \quad r \rightarrow q \quad \vdash \quad \sim(p \wedge r)$$

Demonstração:

1. $p \rightarrow \sim q$	P
2. $r \rightarrow q$	P
3. <b><math>p \wedge r</math></b>	<b>PA</b>
<hr/>	
4. $p$	SIMP 3
5. $r$	SIMP 3
6. $\sim q$	MP 1, 4
7. $q$	MP 2,5
8. $q \wedge \sim q$	CONJ 6,7 (Contradição)

Admitindo a **negação** de  $\sim(p \wedge r)$  como verdadeira.

Deduzindo uma Contradição



# Exercício

- Demonstre a validade do argumento:

$$\sim p \vee q, \quad \sim q, \quad \sim r \rightarrow s, \quad \sim p \rightarrow (s \rightarrow \sim t) \quad \vdash \quad t \rightarrow r$$