Universidade Federal do Espírito Santo – CCA UFES

Universidade Federal do Espírito Santo
Centro de Ciências Agrárias – CCA UFES
Departamento de Computação

Demonstração Condicional e Demonstração Indireta

Lógica Computacional 1

Site: http://jeiks.net
E-mail: jacsonrcsilva@gmail.com

Demonstração Condicional – DC

- A Demonstração Condicional é uma outra forma de demonstrar a validade de um argumento.

Seja o argumento:

$P_1, P_2, \ldots, P_n \vdash A \rightarrow B$ *(com conclusão "$A \rightarrow B$")*

Este argumento é válido somente se sua "condicional associada" é **tautológica**:

$(P_1 \land P_2 \land \ldots \land P_n) \rightarrow (A \rightarrow B)$

Demonstração Condicional – DC

- Utilizando a *Regra da Importação*, pode-se obter uma condicional **equivalente**:

$$(P_1 \land P_2 \land \ldots \land P_n) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

é equivalente a:

$$(P_1 \land P_2 \land \ldots \land P_n \land A) \rightarrow B$$

- Dessa forma, o argumento:

$P_1, P_2, \ldots, P_n \vdash A \rightarrow B$ *(com conclusão "$A \rightarrow B$")*

- É válido se e somente se também é válido o argumento:

$P_1, P_2, \ldots, P_n, A \vdash B$ *(com conclusão "B")*

Demonstração Condicional – DC

- Então é válida a seguinte regra da **D**emonstração **C**ondicional (DC):
  - Para demonstrar a validade de um argumento que possua conclusão na forma condicional “$A \rightarrow B$”, introduz-se **A** como **Premissa Adicional** (PA) e deduz-se **B**.

Exemplo

- Demonstre a validade do argumento:

  $p \vee (q \rightarrow r),\ \sim r \ \vdash q \rightarrow p$

- De acordo com a regra DC, pode-se demonstrar a validade do argumento equivalente:

  $p \vee (q \rightarrow r),\ \sim r\ ,\ q \vdash p$

  Temos, sucessivamente:

1. $p \vee (q \rightarrow r)$	**P**remissa
2. $\sim r$	**P**remissa
3. q	**P**remissa **A**dicional (PA)
4. $p \vee (\sim q \vee r)$	COND 1
5. $(p \vee \sim q) \vee r$	ASSOC 4
6. $p \vee \sim q$	SD 2,5
7. $\sim\sim q$	DN 3
8. p	SD 6,7

Exercício

- Demonstre a validade do seguinte argumento:

$$\sim p \rightarrow (q \rightarrow r),\ s \vee (r \rightarrow t),\ p \rightarrow s \vdash \sim s \rightarrow (q \rightarrow t)$$

Demonstração Indireta – DI

- Também chamada de Demonstração por Absurdo.
- Consiste em admitir a **negação** da **conclusão** como **verdadeira** e daí **deduzir** qualquer **contradição**:
  - Do argumento:

    $P_1, P_2, \ldots, P_n \vdash Q$
  - Admitir a negação da conclusão Q como verdadeira:

    $P_1, P_2, \ldots, P_n, \sim Q$
  - Para deduzir uma **C**ontradição:

    $P_1, P_2, \ldots, P_n, \sim Q \vdash \mathbf{C}$

Exemplo

- Demonstre a validade do argumento:

$p \rightarrow \sim q,\quad r \rightarrow q \quad \vdash \quad \sim(p \wedge r)$

Demonstração:

1. $p \rightarrow \sim q$ P
2. $r \rightarrow q$ P
3. **$p \wedge r$** **PA**

---

4. p SIMP 3
5. r SIMP 3
6. $\sim q$ MP 1, 4
7. q MP 2,5
8. $q \wedge \sim q$ CONJ 6,7 (Contradição)

Admitindo a **negação** de $\sim(p \wedge r)$ como verdadeira.

Deduzindo uma Contradição

Exercício

- Demonstre a validade do argumento:

$$\sim p \lor q, \quad \sim q, \quad \sim r \rightarrow s, \quad \sim p \rightarrow (s \rightarrow \sim t) \quad \vdash \quad t \rightarrow r$$