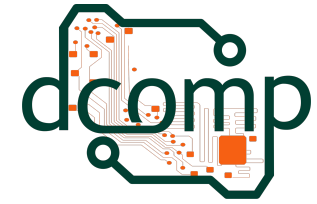




Universidade Federal do Espírito Santo
Centro de Ciências Agrárias – CCA UFES
Departamento de Computação



Validade Mediante Regras de Inferência e Equivalências

Lógica Combinacional 1

Site: <http://jeiks.net>

E-mail: jacsonrcsilva@gmail.com

Regra de Substituição

- Problematização:
 - Há muitos argumentos que **não** podem ser **demonstrados, verificados** ou **testados** com o uso exclusivo das Regras de Inferência.
- Solução:
 - Assim, torna-se necessário recorrer a um princípio da inferência adicional, a “**Regra da Substituição**” de proposições **equivalentes**:

Uma proposição qualquer P ou apenas uma parte de P pode ser substituída por uma proposição equivalente.

A proposição Q que assim se obtém é equivalente a P .

Equivalências Notáveis

CONDICIONAL: $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$	COMUTATIVA: $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$ $P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$	DUPLA NEGAÇÃO: $\sim\sim P \Leftrightarrow P$
ASSOCIATIVA: $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$ $P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$	REGRA DE CLAVIUS: $\sim P \rightarrow P \Leftrightarrow P$	REGRA DE ABSORÇÃO: $P \rightarrow P \wedge Q \Leftrightarrow P \rightarrow Q$
IDENTIDADE: $P \wedge T \Leftrightarrow P$ $P \wedge C \Leftrightarrow C$ $P \vee T \Leftrightarrow T$ $P \vee C \Leftrightarrow P$	ABSORÇÃO: $P \wedge (P \vee Q) \Leftrightarrow P$ $P \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow P$	DEMONSTRAÇÃO POR ABSURDO: $P \wedge \sim Q \rightarrow C \Leftrightarrow P \rightarrow Q$
DISTRIBUTIVA: $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	CONTRAPOSITIVA: $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$	LEIS DE DE MORGAN: $\sim(P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$ $\sim(P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$
REGRA DE EXPORTAÇÃO-IMPORTAÇÃO: $P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	DISJUNÇÃO EXCLUSIVA: $P \underline{\vee} Q \Leftrightarrow \sim(P \leftrightarrow Q)$	IDEMPOTENTE: $P \wedge P \Leftrightarrow P$ $P \vee P \Leftrightarrow P$
BICONDICIONAL: $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (\sim P \wedge \sim Q)$		

Exemplos

- Demonstre que é válido o argumento:

$$p \rightarrow \sim q, q \vdash \sim p$$

$$1. p \rightarrow \sim q \quad P$$

$$2. q \quad P$$

$$3. \sim\sim q \rightarrow \sim p \quad 1 - CP$$

$$4. q \rightarrow \sim p \quad 3 - DN$$

$$5. \sim p \quad 2,4 - MP$$

- Demonstre que é válido o argumento:

$$p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q \vdash p \rightarrow \sim r$$

$$1. p \rightarrow q \quad \text{hip}$$

$$2. r \rightarrow \sim q \quad \text{hip}$$

$$3. \sim\sim q \rightarrow \sim r \quad \text{cont.p. 2}$$

$$4. q \rightarrow \sim r \quad \text{dn. 3}$$

$$5. p \rightarrow \sim r \quad \text{sh 1,4}$$

Inconsistência

- Duas ou mais premissas de um argumento são **inconsistentes** se não podem ser **simultaneamente** verdadeiras.
- Exemplo:

$$\sim(p \vee \sim q), \quad p \vee \sim r, \quad q \rightarrow r$$

$\sim(p \vee \sim q)$	$p \vee \sim r$	$q \rightarrow r$
F	V	V
F	V	F
F	V	V
F	V	V
V	F	V
V	V	F
F	F	V
F	V	V

Deduzindo a Contradição:

1. $\sim(p \vee \sim q)$	P
2. $p \vee \sim r$	P
3. $q \rightarrow r$	P
<hr/>	
4. $\sim p \wedge \sim \sim q$	dm 1
5. $\sim p \wedge q$	dn 4
6. q	simp 5
7. r	mp 3, 6
8. $\sim p$	simp 5
9. $\sim r$	sd 2,8
10. $r \wedge \sim r$	conj 7,9 (cont.)

Exercício

- Demonstre que a seguinte proposição é inconsistente:
 1. $x = 1 \rightarrow y < x$
 2. $y < x \rightarrow y = 0$
 3. $\sim(y = 0 \vee x \neq 1)$