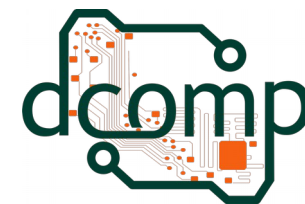




Universidade Federal do Espírito Santo
Centro de Ciências Agrárias – CCA UFES
Departamento de Computação



Implicação Lógica

Lógica Computacional 1

Site: <http://jeiks.net>

E-mail: jacsonrcsilva@gmail.com

Implicação Lógica

- Definição
 - A proposição $P(p,q,r,\dots)$ **implica logicamente** a proposição $Q(p,q,r,\dots)$ quando Q é **verdadeira** todas as vezes que P é **verdadeira**.

- Notação:

$$P(p,q,r,\dots) \Rightarrow Q(p,q,r,\dots)$$

- Exemplo:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V

Obtém-se:

$$p \wedge q \Rightarrow p \vee q$$

$$p \wedge q \Rightarrow p \leftrightarrow q$$

Exercícios

- Efetue a tabela verdade para as seguintes sentenças e indique quais as implicações lógicas existentes:
 - a) $p \vee q$
 - b) $p \wedge q \vee \sim p$
 - c) $q \rightarrow p$
 - d) $p \rightarrow p \wedge q$

Implicação Lógica

- Toda proposição **implica** uma Tautologia:

p	$p \vee \sim p$
V	V
F	V

$$p \Rightarrow p \vee \sim p$$

- Somente uma **contradição** implica uma **contradição**:

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$p \vee \sim p \rightarrow p \wedge \sim p$
V	F	F	F
F	V	F	F

$$p \wedge \sim p \Rightarrow p \vee \sim p \rightarrow p \wedge \sim p$$

Propriedades

- Reflexiva:
 - $P(p,q,r,\dots) \Rightarrow P(p,q,r,\dots)$
 - Uma proposição complexa implica ela mesma.
- Transitiva:
 - Se $P(p,q,r,\dots) \Rightarrow Q(p,q,r,\dots)$ e $Q(p,q,r,\dots) \Rightarrow R(p,q,r,\dots)$, então $P(p,q,r,\dots) \Rightarrow R(p,q,r,\dots)$
 - Se $P \Rightarrow Q$ e $Q \Rightarrow R$, então $P \Rightarrow R$

Regras de Inferência

- **Inferência**

- Ato ou processo de derivar conclusões lógicas de proposições conhecidas ou decididamente verdadeiras.
- Em outras palavras: é a obtenção de novas proposições a partir de proposições verdadeiras já existentes.

- **Regras de Inferência** obtidas da implicação lógica:

- Adição:

$$p \Rightarrow p \vee q \quad e \quad q \Rightarrow p \vee q$$

- Simplificação:

$$p \wedge q \Rightarrow q \quad e \quad p \wedge q \Rightarrow p.$$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V

Regras de Inferência

- Silogismo Disjuntivo

$$(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$$

$$(p \vee q) \wedge \sim q \Rightarrow p$$

$(p \vee q), \sim p$	$(p \vee q), \sim q$
<hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/>	<hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/>
q	p

p	q	$p \vee q$	$\sim p$	$(p \vee q) \vee \sim p$
V	V	V	F	F
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F

- Modus Ponens

$$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$$

$(p \rightarrow q), p$
<hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/>
q

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	F

Regras de Inferência

- Modus Tollens

$$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$$

$$\frac{(p \rightarrow q), \sim q}{\sim p}$$

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q$	$\sim p$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

Tautologias e Implicação Lógica

- Teorema

$$P(p,q,r,\dots) \Rightarrow Q(p,q,r,\dots)$$

se e somente se

$$P(p,q,r,\dots) \rightarrow Q(p,q,r,\dots)$$

p	q	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

$$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q \text{ e } ((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$$

- Observe que:

→ indica uma operação lógica entre as proposições.

- Ex.: das proposições **p** e **q**, dá-se a nova proposição $p \rightarrow q$.

⇒ indica uma relação.

- Ex.: estabelece que a condicional $P \rightarrow Q$ é tautológica.

Inferências

- Regra do Silogismo Hipotético

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$$

$\frac{p \rightarrow q, q \rightarrow r}{p \rightarrow r}$
--

- Princípio da inconsistência

- Como “ $p \wedge \sim p \rightarrow q$ ” é tautológica, subsiste a implicação lógica $p \wedge \sim p \Rightarrow q$
- Assim, de uma contradição $p \wedge \sim p$ se deduz qualquer proposição q .

- A proposição “ $(p \leftrightarrow q) \wedge p$ ” implica a proposição “ q ”, pois a condicional “ $(p \leftrightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ ” é tautológica.

$$(p \leftrightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$$

$\frac{p \leftrightarrow q, p}{q}$
